

FUNCIONES (problemas resueltos)

Ejercicio nº 1.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{x - 2}$

Solución:

a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

b) $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Dominio} = [2, +\infty)$

Ejercicio nº 2.-

Averigua cuál es el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{3x - x^2}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

Solución:

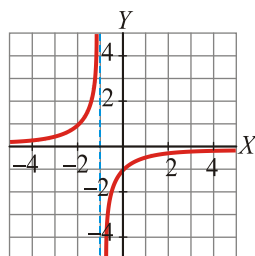
a) $3x - x^2 = 0 \Rightarrow x(3 - x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$

b) $x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

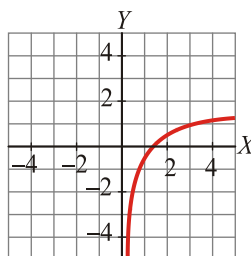
Ejercicio nº 3.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)



Solución:

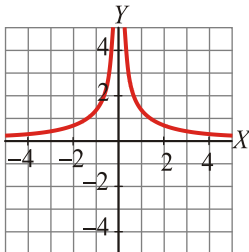
a) Dominio = $\mathbb{R} - \{-1\}$

b) Dominio = $[0, +\infty)$

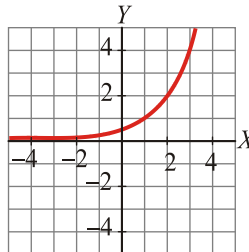
Ejercicio nº 4.-

Averigua el dominio de definición de las siguientes funciones, a partir de sus gráficas:

a)



b)



Solución:

a) Dominio = $\mathbf{R} - \{0\}$

b) Dominio = $\mathbf{R}$

Ejercicio nº 5.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

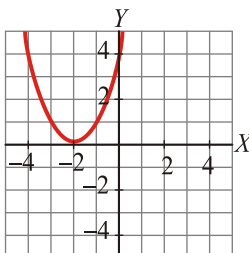
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x + 2)^2$

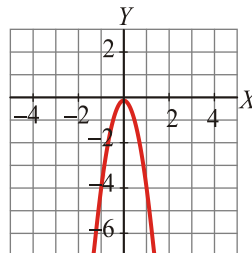
c) $y = -\frac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

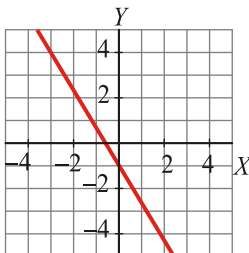
I)



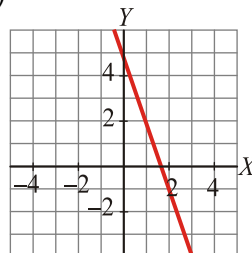
II)



III)



IV)



Solución:

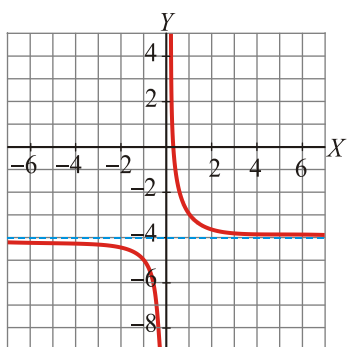
- a) IV
- b) I
- c) III
- d) II

Ejercicio nº 6.-

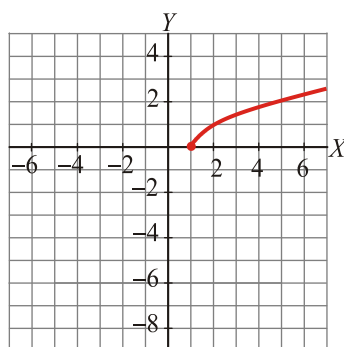
Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

- a) $y = \frac{1}{x+4}$
- b) $y = \sqrt{x-2}$
- c) $y = \frac{1}{x} - 4$
- d) $y = \sqrt{2-x}$

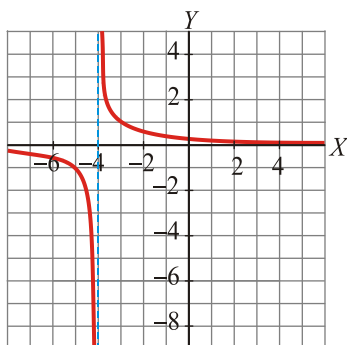
I)



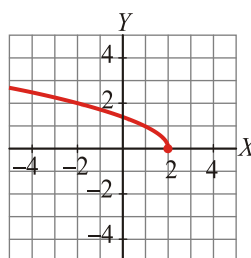
II)



III)



IV)



Solución:

- a) III
- b) II
- c) I
- d) IV

Ejercicio nº 7.-

Representa gráficamente:

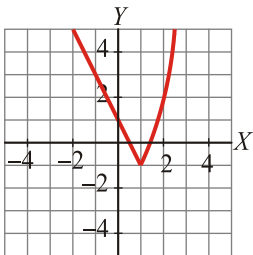
$$y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \leq 1$, tenemos un trozo de recta.

Si $x > 1$, es un trozo de parábola.

La gráfica es:



Ejercicio nº 8.-

Representa gráficamente la siguiente función:

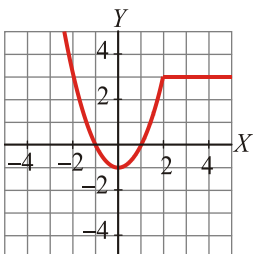
$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \leq 2$, es un trozo de parábola.

Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

La gráfica es:



Ejercicio nº 9.-

En un contrato de alquiler de una casa figura que el coste subirá un 2% cada año. Si el primer año se pagan 7200 euros (en 12 recibos mensuales):

a) ¿Cuánto se pagará dentro de 1 año? ¿Y dentro de 2 años?

b) Obtén la función que nos dé el coste anual al cabo de x años.

Solución:

- a) Dentro de 1 año se pagarán $7200 \cdot 1,02 = 7344$ euros.
Dentro de 2 años se pagarán $7200 \cdot 1,02^2 = 7490,88$ euros.
- b) Dentro de x años se pagarán:
 $y = 7200 \cdot 1,02^x$ euros.

Ejercicio nº 10.-

Las funciones f y g están definidas por:

$$f(x) = \frac{x-1}{3} \quad y \quad g(x) = \sqrt{x}.$$

Explica cómo, a partir de ellas, por composición, podemos obtener:

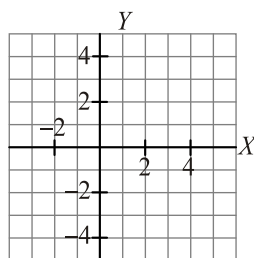
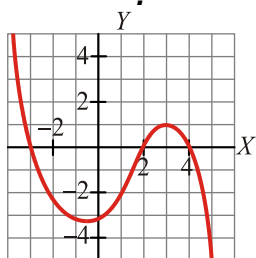
$$p(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3}} \quad y \quad q(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{3}$$

Solución:

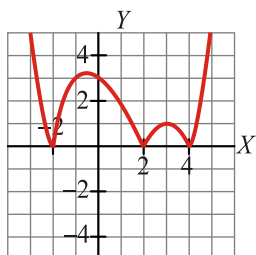
$$p(x) = (g \circ f)(x) \quad q(x) = (f \circ g)(x)$$

Ejercicio nº11.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$.



Solución:



Ejercicio nº 12.-

Define como función "a trozos":

$$y = |2x + 4|$$

Solución:

$$y = \begin{cases} -2x - 4 & \text{si } x < -2 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 13.-

Obtén la expresión analítica, en intervalos, de la función $y = \left| \frac{3x + 1}{2} \right|$.

Solución:

$$y = \begin{cases} -\frac{3x + 1}{2} & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ \frac{3x + 1}{2} & \text{si } x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ejercicio nº 14.-

Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$, calcula :

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[\sqrt{x}] = 2(\sqrt{x})^2 - 1 = 2x - 1$

b) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[2x^2 - 1] = \sqrt{2x^2 - 1}$

Ejercicio nº 15.-

Considera las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = \frac{x + 1}{3} \text{ y } g(x) = x^2 - 1$$

Calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

Solución:

$$a) (f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left[x^2 - 1\right] = \frac{x^2 - 1 + 1}{3} = \frac{x^2}{3}$$

$$b) (g \circ f)(x) = g[f(x)] = g\left[\frac{x+1}{3}\right] = \left(\frac{x+1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{x^2 + 2x + 1}{9} - 1 = \frac{x^2 + 2x + 1 - 9}{9} = \frac{x^2 + 2x - 8}{9}$$

Ejercicio nº 16.-

Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula :

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ g \circ f)(x)$

Solución:

$$a) (f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x + 1] = \frac{(x + 1)^2}{3} = \frac{x^2 + 2x + 1}{3}$$

$$b) (g \circ g \circ f)(x) = g[g[f(x)]] = g\left[g\left(\frac{x^2}{3}\right)\right] = g\left(\frac{x^2}{3} + 1\right) = \frac{x^2}{3} + 1 + 1 = \frac{x^2}{3} + 2$$

Ejercicio nº 17.-

Sabiendo que:

$$f(x) = 3x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{x + 2}$$

Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones:

$$p(x) = \frac{3}{(x + 2)^2} \quad q(x) = \frac{1}{3x^2 + 2}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \quad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Ejercicio nº 18.-

Asocia cada una de las siguientes gráficas con su ecuación:

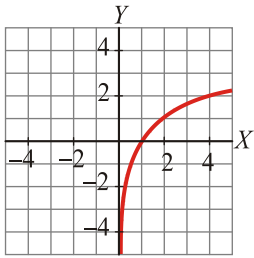
a) $y = 2^x$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

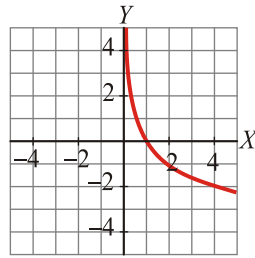
c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$

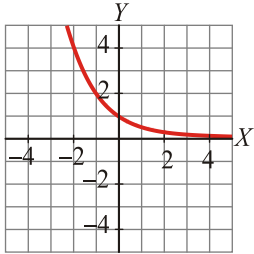
I)



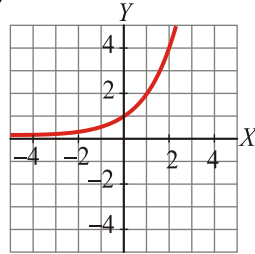
II)



III)



IV)



Solución:

- a) IV
c) I

- b) III
d) II