

4º ESO ACADÉMICAS

Conjuntos numéricos. Intervalos

1.

a) Clasifica los siguientes números racionales o irracionales:

$$\frac{41}{13}; -\sqrt{49}; 53,\overline{7}; 3,2 \cdot 10^{-10}; \sqrt{12}; \sqrt[3]{5}$$

b) ¿Alguno de ellos es entero?

2)

Clasifica estos números según pertenezcan a los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} y \mathbb{R} .

3	$-3/4$	$\sqrt{2}$	7,23	-2
π	0	-4	$1/3$	$\sqrt[3]{-1}$
$11/9$	$\sqrt{-5}$	2	2,48	18
$1 + \sqrt{2}$	-1	$\sqrt[4]{-5}$	1	1,010203...

INTERVALOS

3)

Escribe simbólicamente y representa los siguientes intervalos:

$$A = \{x \mid -6 \leq x \leq 3\} \quad B = \{x \mid -4 < x \leq 4\} \quad C = \{x \mid 3 \leq x\}$$

$$D = \{x \mid 0 < x < 5\} \quad E = \{x \mid x > -2\} \quad F = \{x \mid 10 \geq x\}$$

4)

Escribe en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

$$P = (1; 2,5) \quad Q = [-2, 3] \quad R = [-7, 0]$$

$$S = [-3, +\infty) \quad T = (2, +\infty) \quad I = (-5, 2]$$

POTENCIAS Y RADICALES

5)

Expresa como una raíz:

$$a) 15^{1/2} \quad b) (a^2)^{1/3} \quad c) (x^{-1})^{5/4} \quad d) (a^{1/5})^{-4}$$

$$e) (a^{2/3})^{1/2} \quad f) a^2 \cdot a^{1/2} \quad g) (3^{-2/5})^{10/3}$$

6)

Expresa como potencia única:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{a^4} & \text{b) } \sqrt[4]{\frac{1}{a}} & \text{c) } \frac{\sqrt{125}}{\sqrt[3]{25}} \\ \text{d) } \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt[4]{2} & \text{e) } \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a\sqrt{a}} & \text{f) } \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a^2} \cdot \frac{a^3}{\sqrt{a}} \end{array}$$

7. Extrae factores de los siguientes radicales:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{3}{16}} \quad \text{b) } \sqrt[3]{\frac{7}{125}} \quad \text{c) } \sqrt[4]{\frac{32}{243}} \quad \text{d) } \sqrt[5]{\frac{224}{1215}}$$

8. Simplifica:

$$\text{a) } \frac{2^5 \cdot 7^3}{2^4 \cdot 7^5} \quad \text{b) } \frac{2 \cdot 5 + 2 \cdot 7}{2 \cdot 11} \quad \text{c) } \frac{a^5 \cdot b^3}{a^7 \cdot b^4} \quad \text{d) } \sqrt[6]{\frac{27}{8}} \quad \text{e) } \sqrt[4]{\frac{49}{25}} \quad \text{f) } \sqrt[12]{\frac{a^6}{b}}$$

9. Expresa con un único radical y simplifica al máximo:

$$\text{a) } \frac{\sqrt[3]{50}}{\sqrt[5]{20}} \cdot \sqrt[15]{250} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[10]{2^{11}}}{\sqrt[15]{2^8}} \cdot \sqrt[30]{8}$$

10. Calcula:

$$\text{a) } \sqrt{6^2 - 4^2} \cdot \sqrt{20} - \sqrt[3]{8000} \quad \text{b) } \left[\left(\frac{4}{3} - 1 \right)^5 \cdot \left(1 - \frac{4}{3} \right)^7 \right]^3 : \left(\frac{1}{3} \right)^{33}$$

$$\text{c) } \left(\frac{4}{5} \right)^{18} : \left(\frac{16}{25} \right) - \left(\frac{2}{5} \right)^2$$

$$\text{f) } \left(\frac{-2}{5} \right)^{-3} - \left(\frac{2}{5} \right)^{-3} - \left(\frac{-2}{5} \right)^{-2}$$

11. Calcula:

$$\text{a) } \sqrt{320} + \sqrt{80} - \sqrt{500}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{7}{64}} + \sqrt{\frac{7}{4}}$$

$$\text{d) } \sqrt[5]{96} - \sqrt[5]{\frac{3}{32}}$$

$$\text{e) } \sqrt{150} + \sqrt{54} - \sqrt{24}$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{\frac{135}{8}} - \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$$

$$\text{g) } \sqrt{\frac{3}{25}} - \sqrt{75} + 9^{0,25}$$

$$\text{h) } \sqrt{15}(\sqrt{3} - \sqrt{5}) + \sqrt{12} - 3\sqrt{5}$$

Racionaliza:

$$\text{12. a) } \frac{1 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{b) } \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$$

13. Racionaliza :

$$\frac{-3}{\sqrt{2}}, \frac{5}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{3}{7}}$$

14. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_4 64$ b) $\log_{\frac{1}{4}} 64$ c) $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{4}$ d) $\log_9 81$ e) $\ln e^2$ f) $\ln e^{-14}$ g) $\log 1000000$

15. Calcula el valor de x:

a) $\log_3 x = 5$ b) $\log_2 x = -1$ c) $\log_{\frac{2}{3}} x = 4$ d) $\log_3 9^{x+3} = 3$ e) $\log_2 4^{x+4} = -2$

16. Calcula el valor de las siguientes expresiones

a) $\log_6 3 + \log_6 4 + \log_6 18$ b) $\frac{1}{2} \log_2 36 - \log_3 \frac{1}{2}$
 c) $\log_3 45 - \log_3 3 + \log_3 81 - \log_3 15$ d) $2 \cdot \log_5 10 - \log_5 4$

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

17. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2x + m$ sea divisible por $(x - 1/2)$.

18. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = x^3 - 9x^2 + mx - 32$ sea divisible por $(x - 4)$.

19. Factoriza los siguientes polinomios extrayendo factor común y usando identidades notables:

a) $x^5 - 4x^3$ b) $4x^6 - x^4$ c) $16 - x$ d) $x^2 - 25$
 e) $x^2 + 2x + 1$ f) $9x^2 + 6x + 1$ g) $9x^2 - 12x + 4$ h) $4x^2 - 4x + 1$
 i) $9 - 4x^2$ j) $1 - 36x^2$

20. Factoriza:

a) $P(x) = 9x^3 + 9x^2 - 4x - 4$
 b) $P(x) = 9x^2 + 18x + 5$
 c) $P(x) = 6x^4 - 5x^3 - 2x^2 + x$

21. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-1}{x^2+x}$ b) $\frac{x^2+4x}{4x+16}$ c) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ d) $\frac{3x+1}{1-9x^2}$ e) $\frac{x^2-3x}{(x-3)^2}$ f) $\frac{4x^2-81}{(2x+9)^2}$

22. Realiza las siguientes operaciones :

* g) $\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$

h) $1 - \frac{x}{y}$

i) $x - \frac{x^2-1}{x}$

a) $\frac{3x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{2x}$

j) $\frac{3x-2}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-1}$

b) $\frac{x+1}{x^2-2} \cdot \frac{x^2+2}{x-1}$

INECUACIONES

23. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) (x - 2) \cdot (-x + 4) \geq 0 \quad b) \frac{4x+1}{3} - \frac{2s+1}{2} \leq \frac{x}{12} + \frac{5}{6}$$

$$a) x^2 + 5x \leq 0$$

$$c) \frac{x^2-9}{5} - \frac{x^2-4}{15} \leq \frac{1-2x}{3}$$

$$d) x^2 - 9x + 14 < 0$$

$$f) \frac{(x+2)^2}{9} - \frac{x^2-9}{4} \leq \frac{(x+3)^2}{2} + \frac{1}{5}$$

$$c) \frac{5}{6}(3-x) - \frac{1}{2}(x-4) \geq \frac{1}{3}(2x-3) - x$$

$$f) \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{3} \leq \frac{2}{15}(3x+2) + \frac{4(1-x)}{3}$$

24. Una fábrica A paga a sus comerciales 1 euro por artículo vendido más una cantidad fija de 500 euros. Otra fábrica B paga 1,5 euros por artículo y 300 euros fijos. ¿Cuántos artículos debe vender el comercial de la fábrica B para ganar más dinero que el de la fábrica A?

Ecuaciones y sistemas :

25. Resuelve:

$$2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = 0 \quad \cdot \quad (2x - 3)(1 - x)(x + 6) = 0 \quad 2x^3 + 5x^2 = 0$$

$$x^4 + 5x^2 + 4 = 0$$

$$4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$$

$$x^4 - 24x^2 - 25 = 0$$

$$2x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$$

$$9x^4 + 16 = 40x^2$$

$$4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 0$$

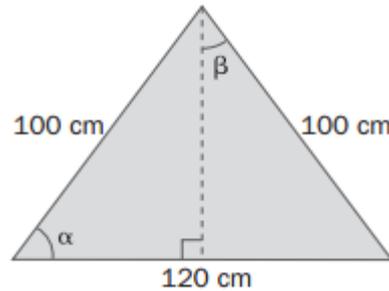
26. Con 6 € que le ha dado su madre Juan ha comprado 9 paquetes de leche entera y leche semidesnatada por un total de 5'76 €. Si el paquete de leche entera cuesta 0'69 € y el de semidesnatada 0'54 €. ¿Cuántos paquetes ha comprado de cada tipo?
(Sol. 6 de entera y 3 de semidesnatada.)

27. Preguntado un padre por la edad de sus tres hijos contesta: mis hijos se llevan cada uno un año con el siguiente, si sumamos sus edades se obtienen 9 años más que si sumamos las edades de los dos más pequeños.

TRIGONOMETRÍA

28. Resuelve el triángulo rectángulo del que se conocen los siguientes datos:
 $A=90^\circ$, $a = 20$ cm y $b = 10$ cm.

29. Halla las razones trigonométricas de los ángulos α y β :

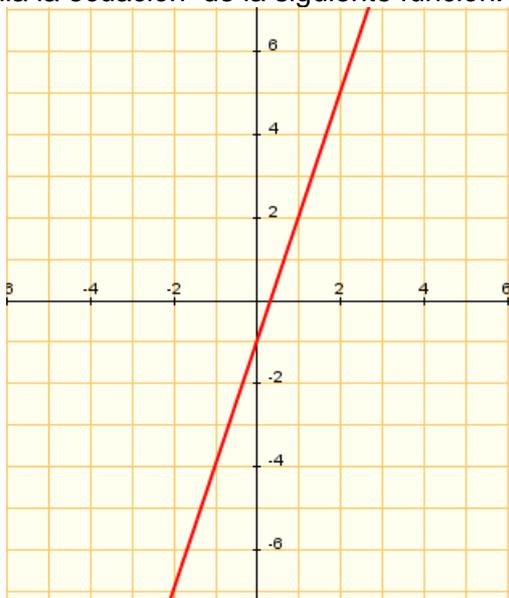


30. Si $\text{tg } \alpha = 4$, calcula las restantes razones trigonométricas sabiendo que es un ángulo del tercer cuadrante.

31. Una antena se ha clavado en el suelo. Para que permanezca vertical y bien sujeta se han colocado dos anclajes en el suelo a ambos lados de la antena alineados con su base. La distancia entre los anclajes es de 40 metros y, si se observa la parte más alta de la antena desde cada uno de ellos, los ángulos de elevación son de 30° y 60° , respectivamente. Calcula la altura de la antena. (**Sol.** $h=17'32$ metros)

FUNCIONES

32. Halla la ecuación de la siguiente función.



33. Dada la función $f(x) = \frac{4x+3}{2x-5}$, se pide:

- Su dominio y nombre de este tipo de funciones. Explica si tiene alguna discontinuidad.
- Puntos de corte con lo ejes.
- Estudio de las tendencias y ecuaciones de las asíntotas si las hubiera.
- Dibujar la gráfica.

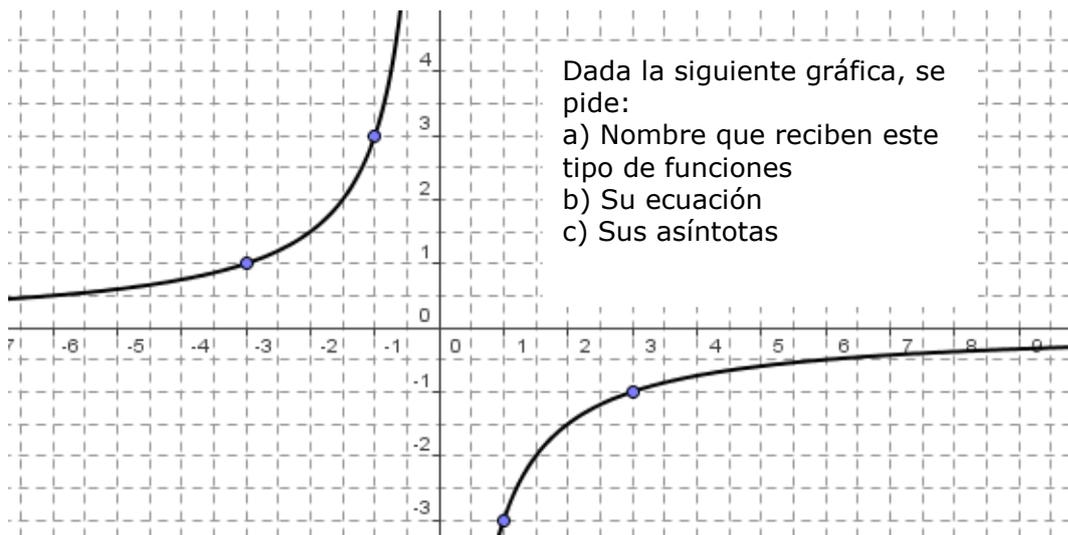
34. Determina la expresión de la función afín que pasa por (1,-3) y (-2,-9).

Escribe la expresión de la función exponencial que pasa por (-3, 1/216).

Las sustancias radiactivas se desintegran con el paso del tiempo. La rapidez de desintegración de las sustancias radiactivas se mide por el “periodo de desintegración” que es el tiempo en que tarda en reducirse a la mitad. Un gramo de estroncio-90 se reduce a la mitad en 28 años.

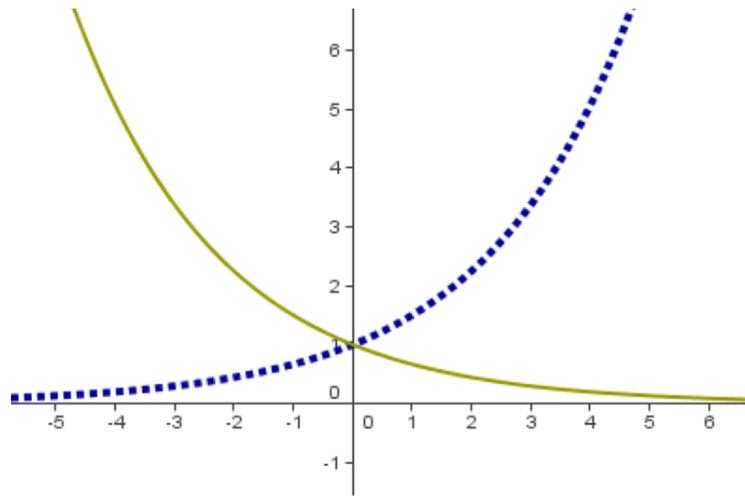
- Si en el año 2000 teníamos 20 g , calcula la cantidad que quedaría en el año 2053.
- Tomando como origen de tiempo el año 2000, da la expresión de la función que nos proporciona la cantidad de sustancia que queda según el paso del tiempo t en años (¡ojo! : t expresa años, no periodos de 28 años, fíjate lo que has tenido que hacer en el ejercicio anterior para dar la expresión correctamente).

35.



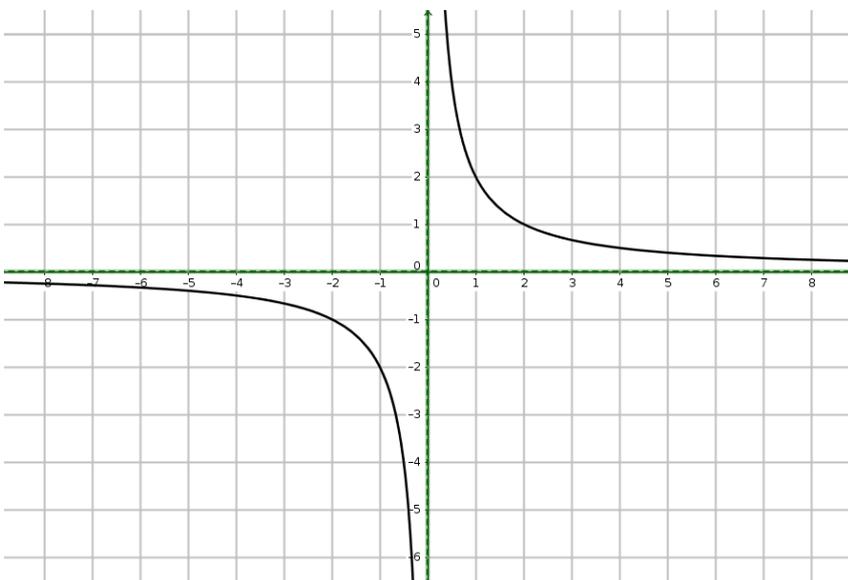
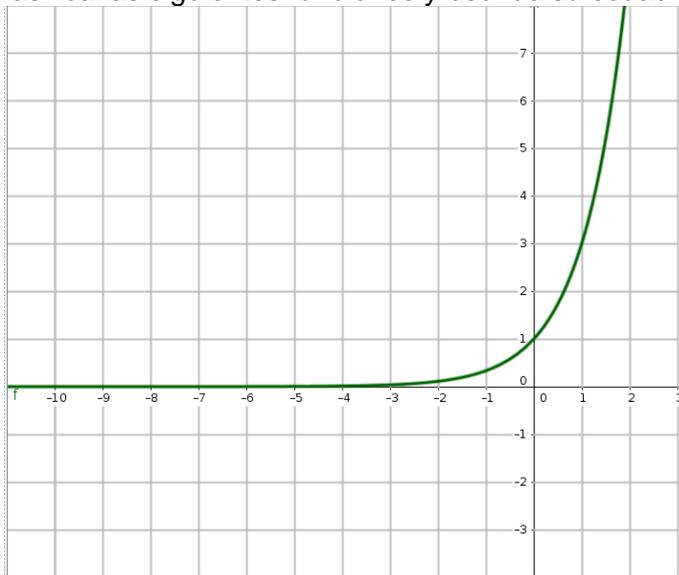
36.

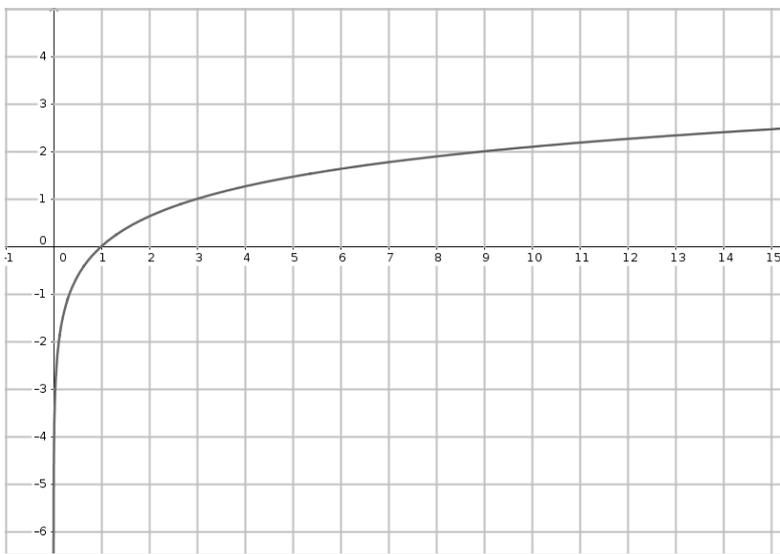
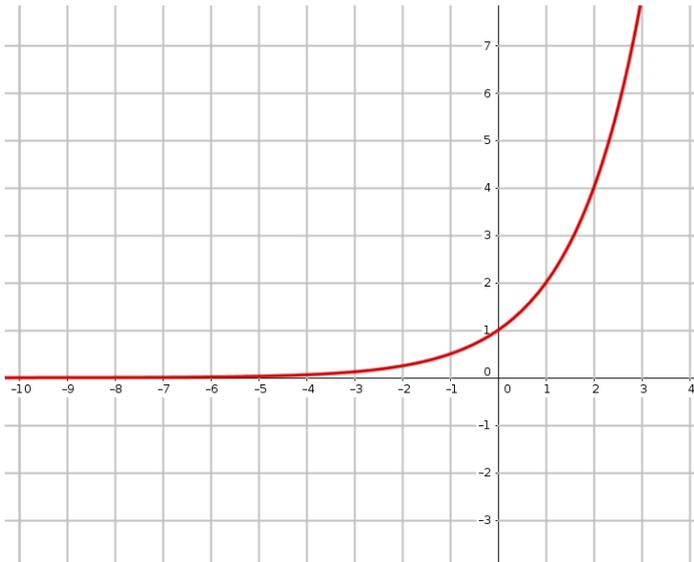
Contesta a las cuestiones planteadas a propósito de estas dos gráficas:
 a) Nombre que reciben.
 b) Sabiendo que sus ecuaciones son del tipo $y = a^x$, **razona** en qué caso $a > 1$ y en cuál $0 < a < 1$.



37.

Clasifica las siguientes funciones y escribe su ecuación :





38. Estudia dominio, imagen, monotonía, extremos, simetrías y tendencias en las siguientes funciones:

